



**MATEMÁTICA COMO LENGUAJE: DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE LA
COMPRENSIÓN SEMIÓTICA-MATEMÁTICA PARA ARTICULAR LOS
NIVELES SECUNDARIO Y UNIVERSITARIO**

**MATHEMATICS AS A LANGUAGE: DEVELOPMENT AND ASSESSMENT
OF THE SEMIOTIC-MATHEMATICAL UNDERSTANDING TO ARTICULATE
THE SECONDARY AND UNIVERSITY LEVELS**

Autor

Nardoni, Marta Graciela- Zanabria, Claudia- Marcipar Katz, Susana

E-mail

margrace232@gmail.com

Eje temático

Matemática en las Ciencias Económicas

Palabras clave

Lenguaje Matemático, Primer año universitario, Evaluación continua, Descriptores de logro.

Resumen

La comprensión y la autonomía para aprender Matemática requieren del dominio del lenguaje matemático. Sin embargo, el *lenguaje matemático* no es objeto conceptual de enseñanza en la educación formal en Argentina y se considera que esta situación puede ser uno de los factores que producen los peores resultados al evaluarse los aprendizajes matemáticos en el país, los que además se asocian al abandono temprano de los estudios universitarios que requieren del conocimiento y habilidades matemáticas. En oportunidad de implementarse, en el año 2019, un nuevo Plan de Estudio de la carrera de Contador Público en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral se creó la asignatura *Matemática como Lenguaje*, diseñada en dos ejes conceptuales. Uno de ellos es *lenguaje de la matemática* con el objetivo de comprender el lenguaje matemático de manera que se realicen



traducciones entre los diferentes sistemas semióticos tales como el algebraico, gráfico, numérico, lógico-simbólico y coloquial para desarrollar autonomía en el aprendizaje pleno de conceptos matemáticos. El segundo eje es *matemática en contextos* con el objetivo de analizar contextos a fines a las ciencias económicas tanto para representar sus características principales a través del lenguaje matemático como para otorgar sentido a los conceptos matemáticos al ser aplicados en situaciones socio-económicas. Es un abordaje que surge a consecuencia de las investigaciones -iniciadas a finales de la década del los '70- las que comienzan a considerar al lenguaje de la matemática como objeto de investigación. Hans Freudenthal (1983) plantea en su libro *fenomenología didáctica de la estructura matemática* que las dificultades del aprendizaje del álgebra se pueden analizar en comparación y contraste con aquellas que enfrentan los sujetos al aprender la lengua materna. Este cambio de paradigma en la visión de la enseñanza y el aprendizaje matemático requiere de un sistema de evaluación tal que sea posible hallar evidencias de logro de cada objetivo planteado. En la presente comunicación se describe el diseño de la asignatura Matemática como Lenguaje, los procesos de enseñanza y el sistema de evaluación continua que se aplica durante todo el año a los más de 1000 estudiantes de primer año de la FCE-UNL. Dicho sistema garantiza un seguimiento permanente y continuo de los aprendizajes de los estudiantes durante el cursado y promueve la autoreflexión tanto en estudiantes como en los docentes. Así, los docentes cuentan con información en tiempo real que les permite tomar decisiones para mejorar la enseñanza. Los estudiantes son evaluados en cada encuentro presencial según diferentes aspectos que van desde lo actitudinal hasta la comprensión sintáctica y semántica de la matemática. En la presente comunicación también se describen los instrumentos y criterios de evaluación y los resultados que se están obteniendo, los que indican parcialmente una mejora en la retención de los estudiantes en el primer año de la carrera.



1. Introducción y Marco teórico

Plantear a la matemática como lenguaje constituye una nueva perspectiva de investigación y también de su enseñanza. La tendencia a relacionar el aprendizaje de la matemática con los procesos de adquisición y uso de dicho lenguaje- en oposición a la enseñanza concepto a concepto- conduce a reformulaciones importantes acerca de los objetos de estudio y los fenómenos que hay que observar en el campo de la investigación educativa. Estos replanteos varían de unos autores a otros que responden a su vez a diferentes enfoques pero todos parten de una visión constructivista, lo que quiere decir que la matemática como lenguaje es una concepción enraizada en el constructivismo.

Es un abordaje que surge a consecuencia de las investigaciones -iniciadas a finales de la década del los `70- las que comienzan a considerar al “lenguaje de la matemática” como objeto de investigación. Hans Freudenthal (1983) plantea en su libro *“fenomenología didáctica de la estructura matemática”* que las dificultades del aprendizaje del álgebra se pueden analizar en comparación y contraste con aquellas que enfrentan los sujetos al aprender la lengua materna. Una explicación, dada por este autor, es que la presencia y posibilidad de rectificación de los llamados errores de sintaxis algebraica, como la sobre generalización de reglas o propiedades se explica por el hecho de que el álgebra simbólica es un lenguaje cuyo uso está restringido al aula, en contraste con el uso consuetudinario del lenguaje natural, el mismo uso que permite que, por ejemplo el error de conjugar como regulares verbos que no lo son tenga una rectificación a fuerza de su uso y retroalimentación frecuente. Otra explicación es que el lenguaje matemático (a diferencia del vernáculo) cuenta con la fuente más importante de formalización progresiva: la construcción algorítmica del vocabulario. Significa que, en el lenguaje natural, los criterios de contenido más que los formales son los que deciden la estructura, inclusive conjugar un verbo irregular como si fuera regular o colocar un acento escrito sobre una letra equivocada, por lo general, no da lugar a equívocos de contenido y la comunicación no se altera mayormente en su contenido. Sin embargo, en matemática, el criterio del contenido o significado no es confiable sin el uso adecuado de sintaxis matemática. Por ejemplo, decir 5 veces 3 más 7 puede interpretarse de dos maneras: $5(3 + 7) = 50$ o bien $(5 \cdot 3) + 7 = 15 + 7 = 22$. En publicaciones más recientes Morín, E. (2002); Arcavi, A. (2015); Sfard, A. (2000 y 2003) referidas a la enseñanza de las ciencias y específicamente de la matemática, cobra interés el lenguaje matemático como objeto central para comprender la disciplina. A su vez, se indica que el



dominio del lenguaje matemático es una condición necesaria para el desarrollo de la autonomía en el aprendizaje de la disciplina.

Al revisar los escritos que refieren a la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de matemática como lenguaje es posible encontrar diversos fundamentos fenomenológicos y epistemológicos. De todos ellos, hemos seleccionado los que más vinculación tienen con la formación básica de un profesional para las ciencias económicas. Son los que señalan la necesidad de otorgar “sentido” a los conceptos matemáticos.

Por ejemplo, Freudenthal (1983) evita el término “adquisición de concepto”. En su lugar habla de la “constitución de los objetos mentales”, que precede a la adquisición de conceptos y puede ser altamente efectivo, incluso si no le sigue la adquisición de conceptos. Es decir, cuando el estudiante comprende la utilidad de las matemáticas, le resulta más sencillo comprender el fenómeno en sus características totales. A partir de los trabajos realizados sobre el sentido de los números (number sense) en los años 80 y comienzos de los 90, apareció la idea de extenderla desde el campo de la aritmética escolar al campo del álgebra. Algunos investigadores, como Fey (1990), orientaron sus esfuerzos en encontrar modos de enseñar el sentido de los objetos matemáticos. Así, la asignatura Matemática como Lenguaje se sustenta en la idea de interpretar al lenguaje formal para adquirir autonomía en el aprendizaje, otorgando sentido a los objetos matemáticos.

Por ello, Matemática como Lenguaje se diseña en dos ejes conceptuales: “el lenguaje de la matemática” y “matemática en contexto”. Este diseño permite recuperar saberes desarrollados en el nivel educativo previo al universitario y articula con las habilidades requeridas para la comprensión de matemática universitaria.

2. Objetivos

Matemática como Lenguaje se diseña en el marco de un nuevo Plan de Estudios para las ciencias económicas. Se trata de una asignatura anual pensada como puente disciplinar entre los niveles secundarios y universitarios. Su inserción en el primer año de las carreras de grado señala dos desafíos centrales. Uno de ellos es lograr la homogeneidad en las habilidades y capacidades matemáticas de los ingresantes para garantizar igualdad cognitiva con oportunidades para afrontar los aprendizajes matemáticos universitarios. El segundo desafío es lograr un sistema de evaluación de los aprendizajes que permita valorar conocimientos y competencias durante todo el desarrollo de la asignatura de manera que sea posible otorgar la promoción de la asignatura sin



examen final. El seguimiento anual de los estudiantes mediante el sistema de evaluación valora los niveles de logros de los siguientes objetivos.

El eje *lenguaje de la matemática* tiene el objetivo de comprender el lenguaje matemático de manera que se realicen traducciones entre los diferentes sistemas semióticos tales como el algebraico, gráfico, numérico, lógico simbólico y coloquial para desarrollar autonomía en el aprendizaje pleno de conceptos matemáticos.

A su vez, el eje *Matemática en contextos* plantea analizar contextos a fines a las ciencias económicas tanto para representar sus características principales a través del lenguaje matemático como para otorgar sentido a los conceptos matemáticos al ser aplicados en situaciones socio-económicas.

3. Metodología

3.1 Contenidos mínimos de la asignatura

Elementos de conjunto y lógica proposicional. Estructura del pensamiento matemático: elementos primitivos, axiomas y teoremas. Tipos de razonamiento: inductivo y deductivo. Representaciones semióticas del lenguaje matemático. Números Reales: operaciones y propiedades. Funciones con dominio Real. Funciones racionales y trascendentes: diferentes representaciones semióticas. Vectores y matrices: concepto, operaciones y propiedades. Aplicaciones a contextos socio-económicos. Sistemas de Ecuaciones lineales: Resolución de problemas. Teoría de juegos. Cadenas de Markov.

3.2 Estrategias de enseñanza

Las estrategias de enseñanza se diseñan para una población cercana a mil (1.000) estudiantes que ingresan a la FCE de la UNL para cursar alguna de sus tres carreras de grado: Contador Público, Administración o Economía. Se destaca que son estudiantes sin ninguna selección previa, es decir el único requisito para cursar la asignatura es haber finalizado sus estudios secundarios. Así es que ingresan a la facultad y enfrentan esta asignatura como primera experiencia universitaria en el área de matemática; situación que se interpreta como inicio a la “alfabetización matemática universitaria”.

En líneas generales se establece la necesidad de prestar especial atención al desarrollo de grandes competencias como son pensar matemáticamente, saber argumentar, saber representar y comunicar, saber resolver, saber usar técnicas matemáticas e instrumentos del álgebra básica y saber modelizar situaciones



de contexto. Para lograr esto es necesario marcar las tendencias didácticas y pedagógicas que se ponen en juego como estrategias de enseñanza. La tabla 1 presenta las acciones docentes que disminuyen en intensidad y las que se intensifican para dar lugar a la constitución del nuevo paradigma educativo matemático.

Tabla 1

Hacer menos	Hacer más
<ul style="list-style-type: none"> • clases magistrales • trabajo individual • trabajo sin contexto • trabajo formal • temas tradicionales de ayer 	<ul style="list-style-type: none"> • guía, motivación • trabajo en grupo • aplicaciones cotidianas • modelización y conexión • temas interesantes de hoy
<ul style="list-style-type: none"> • memorización instantánea • información acabada • actividades cerradas • ejercicios rutinarios • simbolismo exagerado • tratamiento formal • ritmo uniforme 	<ul style="list-style-type: none"> • comprensión duradera • descubrimiento y búsqueda • actividades abiertas • problemas comprensivos • uso de diversos lenguajes • visualizaciones • ritmo personalizado
<ul style="list-style-type: none"> • evaluación de algoritmos • evaluación cuantitativa • evaluación de errores o ignorancias 	<ul style="list-style-type: none"> • evaluación de razonamiento • evaluación cualitativa • evaluación formativa

Fuente: elaboración propia adaptado de The National Council of Teachers of Mathematics –NCTM-(1999)

3.3. Sistema de evaluación y régimen de promoción

Matemática como Lenguaje es una asignatura de evaluación continua sin examen final. Se garantiza un seguimiento permanente de los aprendizajes de los estudiantes durante el cursado.

En ese sentido se adopta como definición de evaluación la establecida para el ámbito universitario por Delgado, Borge, García, Oliver y Salomón (2003) como “un proceso sistemático de obtener información objetiva y útil en la que apoyar un juicio de valor sobre el diseño, la ejecución y los resultados de la formación con el fin de servir de base para la toma de decisiones” (p.38).



Se destaca que el sistema de evaluación, en nuestro caso, se lo piensa como evaluación de competencias en los términos de Fernández (2010) “la evaluación en la formación de competencias se escalona en un continuo aprendizaje-evaluación” (p.17). Esto se desarrolla al integrarse la evaluación con el proceso de formación, valorando los desempeños y logros durante todo el año y no en momentos puntuales. Para ello, se desarrollan tres tipos de instrumentos de evaluación, a saber:

3.3.1 Evaluación sucinta

Estas evaluaciones tienen dos objetivos, uno de ellos es el de evaluar los aprendizajes en tiempo real, es decir registrar los aprendizajes de los estudiantes a medida que se avanza con el desarrollo de la asignatura. De modo que permite realizar ajustes en el proceso de enseñanza ya que brinda información tanto al estudiante respecto a sus progresos como al docente respecto al impacto de su actuación. El segundo objetivo es motivacional, es decir brindar a los estudiantes instancias donde se registren sus avances en el estudio durante el año. Consisten en un único ejercicio o problema o actividad correspondiente al tema o unidad o contenido ya desarrollado y finalizado en la clase inmediata anterior a la aplicación. Para los estudiantes no son obligatorias; su realización o no es decisión de ellos mismos, basada en su propio criterio según su auto-percepción de lo que han estudiado. Las “evaluaciones sucintas” conllevan calificación, las únicas calificaciones que se registran son: 8, 9 o 10 que corresponden a los tres niveles más altos de la escala utilizada en esta Universidad. Es decir, las respuestas o resoluciones que no merecen alguna de dichas calificaciones no son registradas, tal como si el estudiante no hubiese participado de esa evaluación sucinta. Significa que, al finalizar el año, los estudiantes tienen cantidades distintas de calificaciones y los que más participan de las evaluaciones sucintas tienen mayores posibilidades de promocionar la asignatura dado que sólo acumulan calificaciones altas.

3.3.2 Evaluación de actuación y comunicación

Se entiende a Matemática como Lenguaje como puente de articulación disciplinar entre niveles educativos. En ese sentido cobra centralidad los esfuerzos para transitar desde una cultura escolarizada a la cultura universitaria. Por ello, en cada encuentro presencial los estudiantes son evaluados según diferentes aspectos tales como: participación en clase, colaboración para explicar a otros compañeros, cumplimiento de las actividades, tareas y consignas dadas, ideas de aplicación de objetos



matemáticos en diferentes contextos, creatividad para analizar y/o resolver situaciones, entre otros. Cada uno de estos aspectos son valorados en una matriz de criterios en cuatro niveles de puntuación.

3.3.3 Evaluación de razonamiento y competencias matemáticas

Son evaluaciones individuales y obligatorias en las dos instancias en que se aplican durante el año. Tienen un formato similar al concepto de examen parcial pero la mayor diferencia respecto a la concepción tradicional es en cuanto a la estructura y diseño del temario y también los criterios y escala de valoración. Teóricamente se basan en el concepto de rúbricas como una de las herramientas más adecuadas para realizar una evaluación formativa. Las rúbricas utilizadas son holísticas o rúbricas analíticas. Las primeras se aplican a tareas que no tienen asociada una única respuesta o hay varios métodos para resolver la tarea, entonces la evaluación requiere una perspectiva global (holística). En cambio, si la tarea conlleva un resultado específico, aún con diferentes caminos de resolución, la rúbrica es analítica (Mertler, 2001; Torres y Pereda (2010). Según Alsina (2013) una rúbrica holística se caracteriza por no separar las partes de una tarea y una rúbrica analítica por evaluar cada parte o paso de una tarea.

3.3.4 Promoción de la asignatura

Para cada estudiante se asocia un portafolio del seguimiento de sus aprendizajes en el que se registran todas las valoraciones y mediciones obtenidas de los tres instrumentos de evaluación. Como mínimo cada estudiante tiene dos valoraciones surgidas del instrumento “evaluación de razonamiento y competencias matemáticas”. La calificación final surge de la aplicación de una fórmula polinómica ponderada. Se promociona la asignatura al considerar todas las instancias de evaluación establecidas y la fórmula polinómica arroja como mínimo un promedio de 6(seis). Si se obtiene un promedio menor a 6 entonces la promoción es a través de un examen cuyo contenido corresponda a los ejes temáticos de la asignatura es decir: lenguaje de la matemática y matemática en contexto.

3.4. Evaluación por rúbricas o descriptores de logros

La matriz de valoración o rúbrica es una herramienta en la que se expresan criterios y características relacionadas con el aprendizaje, tanto de contenidos como de las habilidades y competencias que se esperan de una tarea propuesta al estudiante. Los descriptores de logro se incorporan en cada temario de los instrumentos de evaluación. Dicha explicitación tiene como



finalidad orientar a los estudiantes acerca de los criterios que debe satisfacer su trabajo en el momento de la valoración del mismo por parte del docente. A su vez, esos descriptores son evaluados en cuatro niveles de logros que están asociados a la escala de calificaciones de esta Universidad, a saber: *insuficiente* cuando el dominio de la competencia es escaso y la calificación correspondiente es entre 1 a 5; *aprobado* cuando el desempeño es aceptable y la calificación es 6; *bueno (7) o muy bueno (8)* al evidenciar un notable dominio; cuando el nivel de logro es excelente se lo asocia a una calificación *distinguido (9) o sobresaliente (10)*. A continuación se ofrece el listado de descriptores seleccionados para toda la asignatura y según el contenido del temario, se determinan las rúbricas o descriptores para cada tarea.

3.4.1 descriptores de dimensión sintaxis del lenguaje

- Evidencia conocimiento de los símbolos, identifica y distingue sin confusión.
- Hace uso adecuado y pertinente de los símbolos sin confusión;
- Evidencia conocimiento de las propiedades al aplicarlas en algoritmos.
- Reconoce las propiedades operacionales que facilitan la resolución de una actividad y las aplica sin ningún error.
- Evidencia conocimiento de los símbolos de puntuación reconociendo el orden de prioridad de los mismos.

3.4.2 descriptores de dimensión “semántica del lenguaje”

- Comprende el significado de un texto en lenguaje algebraico o lógico, su sentido, alcance y restricciones.
- Interpreta el lenguaje gráfico o elabora gráficas (cartesiano, geométrico, tablas, etc.) obteniendo información del comportamiento o características de las variables o bien deduciendo datos o propiedades de los elementos representados.
- Traduce una expresión coloquial a una algebraica o lógica.
- Traduce una expresión algebraica o lógica a una expresión coloquial comprensiva (no símbolo a símbolo) con términos precisos.



3.4.3 descriptores de dimensión “sentido de los conceptos”

- Identifica los conceptos matemáticos para resolver una actividad y los aplica sin errores de sintaxis o semántica.
- Aplica las propiedades óptimas de un concepto para la resolución de una actividad.
- Identifica un mismo concepto en diferentes sistemas semióticos de representación (ej.: recta graficada en el plano o en su expresión analítica o en un enunciado coloquial).
- Deduce datos implícitos en un enunciado (coloquial, algebraico o gráfico) partiendo de la información dada.

3.4.4 descriptores de dimensión “aplicación en contexto”

- Interpreta las variables (endógenas y/o exógenas) para el contexto pertinente y realiza o explicita los alcances y/o limitaciones que las variables tienen en dicho contexto.
- Identifica el modelo matemático que caracteriza la situación de contexto.
- Crea un modelo (algebraico o gráfico) que caracteriza la forma matemática de la situación planteada.

4. Análisis e interpretación referidas a los resultados parciales

La asignatura anual *Matemática como Lenguaje* comienza a desarrollarse por primera vez en el mes de marzo de 2019 entonces, los resultados que se ofrecen son parciales y corresponden a los obtenidos durante el primer año.

Una cuestión que merece destacar se refiere a los cambios observados en los hábitos de estudio de los estudiantes y la motivación para estudiar día a día. Afirmación que se verifica mediante la participación en las evaluaciones sucintas; en el primer mes de aplicación solo el 2% de los estudiantes participaban de ellas y cinco meses después se cuenta con un 58% de estudiantes que realizan estas evaluaciones. Aún sabiendo que las únicas calificaciones registradas en las evaluaciones sucintas corresponden a 8, 9 o 10, los estudiantes al comienzo del año no participaban de esas evaluaciones. Transcurrieron varios meses hasta poder observar en los estudiantes cambios de actitud con estas evaluaciones que implican el seguimiento diario de la asignatura. Surgen varios interrogantes en referencia a esta cuestión, por ejemplo: ¿cuáles son las representaciones o creencias de los estudiantes entorno a las evaluaciones universitarias que obstaculizan o les auto-impiden



apropiarse de oportunidades de promoción y auto-regulación de los aprendizajes?

En referencia a la evaluación de actuación y comunicación se han registrado, hasta el momento, calificaciones que abarcan al 47% de los estudiantes. Esto indica que casi a la mitad de los ingresantes se les observó participaciones o intervenciones en clase que merecieron su distinción. Además, se han conformado parejas de estudio de colaboración voluntaria donde uno de ellos tiene un desempeño matemático excelente y el otro deficiente, entonces se califica al colaborador que pone sus esfuerzos en la mejora del aprendizaje de un compañero.

Al considerar las evaluaciones de razonamiento y competencias matemáticas se aclara que hubo una sola aplicación de este instrumento realizada en el mes de junio. Los resultados arrojaron un total del 47% de calificaciones iguales o mayores a seis. Al compararse con años anteriores, en similares evaluaciones de similar asignatura, se observa un aumento o incremento de aprobados cercano al 30%.

A continuación se exhibe la tabla con resultados referentes a cantidades de alumnos, que al finalizar el ciclo 2019, han obtenido categoría de alumno promocionado, regular y libre discriminado por comisión (filas) y por totales (columnas).

MATEMATICA 2019							
COMISIÓN	TOTAL DE ALUMNOS	PROMOCIONALES	%	REGULARES	%	LIBRES	%
COMISION 1	78	28	35,90%	8	10,26%	42	53,85%
COMISION 2	75	25	33,33%	9	12,00%	41	54,67%
COMISION 3	79	19	24,05%	9	11,39%	51	64,56%
COMISION 4	76	31	40,79%	6	7,89%	39	51,32%
COMISION 5	78	14	17,95%	7	8,97%	57	73,08%
COMISION 6	76	18	23,68%	6	7,89%	52	68,42%
COMISION 7	66	19	28,79%	5	7,58%	42	63,64%
COMISION 8	66	20	30,30%	2	3,03%	44	66,67%
COMISION 9	65	6	9,23%	0	0,00%	59	90,77%
	659	180		52		427	
		27,31%		7,89%		64,80%	



5- Impacto y conclusiones parciales

Más allá de los resultados cuantitativos, que en principio lucen favorables, se destacan algunas cuestiones de orden cualitativas referidas a la educación y evaluación de matemática como lenguaje.

En primer lugar, el sistema de evaluación tiene un impacto de cambio en el tradicional rol docente pues deja de centrarse en la “enseñanza” para concentrarse en el “aprendizaje”. A su vez, al considerar al lenguaje de la matemática como objeto de enseñanza se producen cambios en los procesos didácticos ya que todos los contenidos están atravesados por el objeto “lenguaje” y su necesidad de dominio.

Por último, esta asignatura es un intento denodado por incluir en su desarrollo las acciones que han de realizar los docentes para que los ingresantes a la vida universitaria aprendan a exponer, argumentar, resumir, jerarquizar en el dominio del lenguaje matemático. Todas estas son las competencias necesarias para un aprendizaje autónomo de la disciplina y por ende una inserción fecunda en la vida universitaria.

6- Referencias bibliográficas

Alsina, J. (Coord) (2013). Rúbricas para la evaluación de competencias. Colección Cuadernos de Docencia. Barcelona: Ediciones Octaedro

A. Arcavi, & M. Isoda. (2015). “Learning to listen: from historical sources to classroom practice” *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 111-129.

Delgado, A.M.(Coord.), Borge, R., García, J., Oliver, R. y Salomón, L.(2003). Competencias y diseño de la evaluación continua y final en el Espacio Europeo de Educación Superior. Programa de Estudios y Análisis, Número de referencia: EA2005---0054. Ministerio de Educación y Ciencia, Dirección General de Universidades.

Fey, J. (1990). Quantity. In Steen, L.A. (Ed.), *On the Shoulders of Giants. New Approaches to Numeracy*. National Academy Press, Washington, D.C., pp. 61-94

Freudenthal, H.(1983), *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Reidel, Dordrecht, 1983.



Mertler, C.A. (2001). Designing scoring rubrics for your classroom. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 7(25).

Morín E. Introducción al pensamiento complejo Anthropos Editorial del Hombre, Barcelona España, 6ª Edición 2002

Sfard, A. (2003). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D

Torres, J.J. y Pereda, V.H. (2010). La rúbrica como instrumento pedagógico para la tutorización y evaluación de los aprendizajes en el foro on-line en educación superior. *Pixel-Bit*, 36, 141-149.